

ĐỀ CƯƠNG ÔN TẬP MÔN TOÁN 10 – THÁNG 2 NĂM 2020

PHẦN TRẮC NGHIỆM

ĐỀ 01

Câu 1. (NB) Tập nghiệm của hệ bất phương trình $\begin{cases} 3x + 2 > 2x + 3 \\ 1 - x > 0 \end{cases}$ là

- A. $\emptyset$. B. $\left(\frac{1}{5}; 1\right)$. C. $(-\infty; 1)$. D. $(1; +\infty)$.

Câu 2. (NB) Trong các tính chất sau, tính chất nào **sai**?

- A. $\begin{cases} a < b \\ c < d \end{cases} \Rightarrow a + c < b + d$. B. $\begin{cases} 0 < a < b \\ 0 < c < d \end{cases} \Rightarrow \frac{a}{d} < \frac{b}{c}$.
C. $\begin{cases} 0 < a < b \\ 0 < c < d \end{cases} \Rightarrow ac < bd$. D. $\begin{cases} a < b \\ c < d \end{cases} \Rightarrow a - c < b - d$.

Câu 3. (NB) Tìm tập nghiệm của bất phương trình $\frac{2x}{3} - 1 > \frac{x}{2} + 1$.

- A. $S = (-\infty; 12)$. B. $S = (2; +\infty)$. C. $S = (-12; +\infty)$. D. $S = (12; +\infty)$.

Câu 4. (NB) Tìm tập nghiệm của bất phương trình $3x < 5(1 - x)$.

- A. $\left(-\frac{5}{2}; +\infty\right)$. B. $\left(-\infty; \frac{5}{4}\right)$. C. $\left(\frac{5}{8}; +\infty\right)$. D. $\left(-\infty; \frac{5}{8}\right)$.

Câu 5. (NB) Nhị thức nào sau đây nhận giá trị dương với mọi số $x > \frac{3}{5}$?

- A. $f(x) = -10x - 6$. B. $f(x) = 3x - 5$. C. $f(x) = 5x - 3$. D. $f(x) = -5x + 3$.

Câu 6. (NB) Tập các giá trị của x để $f(x) = \frac{5-x}{x+1}$ dương?

- A. $S = (-1; 5)$. B. $S = (-\infty; -1) \cup [5; +\infty)$.
C. $S = (-1; 5]$. D. $S = (-\infty; -1) \cup (5; +\infty)$.

Câu 7. (NB) Với $a > 0$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

- A. $|f(x)| \geq a \Leftrightarrow -a \leq f(x) \leq a$.

B. $|f(x)| \leq a \Leftrightarrow -a \leq f(x) \leq a.$

C. $|f(x)| < a \Leftrightarrow f(x) < -a \text{ hoặc } f(x) > a.$

D. $|f(x)| > a \Leftrightarrow -a < f(x) < a.$

Câu 8. (NB) Miền nghiệm của bất phương trình $4(x-1)+5(y-3) > 2x-9$ là nửa mặt phẳng chứa điểm nào?

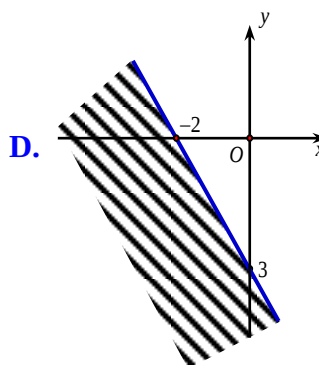
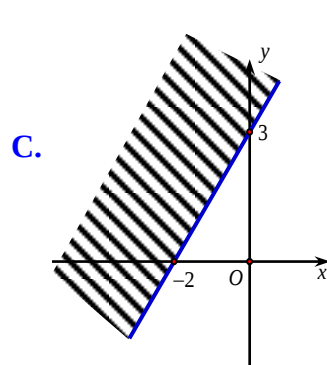
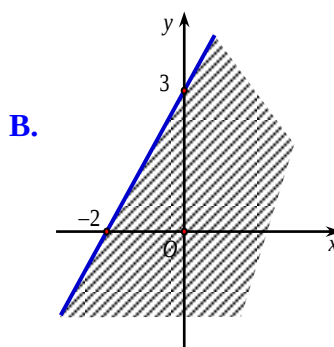
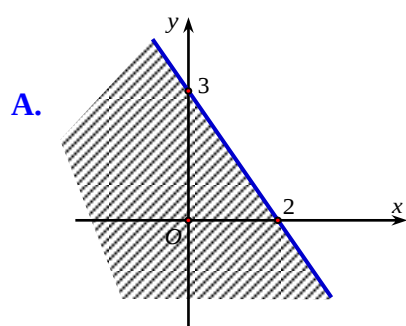
A. $(0;0).$

B. $(1;1).$

C. $(-1;1).$

D. $(2;5).$

Câu 9. (NB) Miền nghiệm của bất phương trình $3x-2y > -6$ là



Câu 10. (NB) Tập nghiệm của bất phương trình $2x^2 + 3x - 5 \leq 0$ là

A. $\left(-\frac{5}{2}; 1\right).$

B. $\left(-\infty; -\frac{5}{2}\right] \cup [1; +\infty).$

C. $\left[-\frac{5}{2}; 1\right].$

D. $\left(-\infty; -\frac{5}{2}\right) \cup (1; +\infty).$

Câu 11. (NB) Cho $f(x) = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$). Điều kiện để $f(x) > 0, \forall x \in \mathbb{R}$ là

A. $\begin{cases} a > 0 \\ \Delta < 0 \end{cases}$

B. $\begin{cases} a > 0 \\ \Delta \geq 0 \end{cases}$

C. $\begin{cases} a > 0 \\ \Delta \leq 0 \end{cases}$

D. $\begin{cases} a < 0 \\ \Delta > 0 \end{cases}$

Câu 12. (NB) Bảng xét dấu nào sau đây là của tam thức $f(x) = x^2 + 6x + 9$?

A.

x	$-\infty$	-3	$+\infty$
$f(x)$	$-$	0	$+$

B.

x	$-\infty$	-3	$+\infty$
$f(x)$	$+$	0	$-$

C.

x	$-\infty$	-3	$+\infty$
$f(x)$	$+$	0	$+$

D.

x	$-\infty$	-3	$+\infty$
$f(x)$	$-$	0	$-$

Câu 13. (NB) Tìm tập nghiệm của hệ bất phương trình $\begin{cases} x^2 - 4x + 3 > 0 \\ x^2 - 6x + 8 > 0 \end{cases}$.

A. $(-\infty; 1) \cup (3; +\infty)$. **B.** $(-\infty; 1) \cup (4; +\infty)$. **C.** $(-\infty; 2) \cup (3; +\infty)$.

D. $(1; 4)$.

Câu 14. (NB) Số nghiệm của phương trình $\sqrt{x^2 + 5x - 2} = 2x - 4$ là

A. 1.

B. 0.

C. 2.

D. 3.

Câu 15. (NB) Cho bất đẳng thức $|a - b| \leq |a| + |b|$. Dấu đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi?

A. $a = b$.

B. $ab \leq 0$.

C. $ab \geq 0$.

D. $ab = 0$.

Câu 16. (TH) Cho $a, b, c > 0$. Xét các bất đẳng thức sau:

I) $\frac{a}{b} + \frac{b}{a} \geq 2$; **II)** $\frac{a}{b} + \frac{b}{c} + \frac{c}{a} \geq 3$; **III)** $(a + b) \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} \right) \geq 4$.

Bất đẳng thức nào đúng?

A. Chỉ I đúng.

B. Chỉ II đúng.

C. Chỉ III đúng.

D. Cả ba đều đúng.

Câu 17. (TH) Tìm điều kiện xác định của bất phương trình $\sqrt{1-x^2} + \sqrt{x+2} < \frac{2}{x}$.

- A. $x \neq 0$. B. $-1 \leq x \leq 1$. C. $\begin{cases} -1 \leq x \leq 1 \\ x \neq 0 \end{cases}$. D. $x > -2$.

Câu 18. (TH) Bất phương trình nào sau đây tương đương với bất phương trình $x^2 - 4 \leq 0$?

- A. $\sqrt{x+2}(x+2) \geq 0$. B. $\sqrt{x+2}(x-2) \leq 0$.
C. $-(x+2)^2(x-2) \geq 0$. D. $\frac{x-2}{\sqrt{x+2}} \leq 0$.

Câu 19. (TH) Tập nghiệm của bất phương trình $\frac{|x-2|}{\sqrt{x-1}} > \frac{x-2}{\sqrt{x-1}}$ là

- A. $(2; +\infty)$. B. $(1; 2)$. C. $(1; +\infty)$. D. $(1; +\infty) \setminus \{2\}$.

Câu 20. (TH) Số nghiệm nguyên của hệ bất phương trình $\begin{cases} 2x+1 > 3x-2 \\ -x-3 < 0 \end{cases}$.

- A. 6. B. 5. C. 4. D. Vô số.

Câu 21. (TH) Giải bất phương trình $\frac{x}{x-2} - \frac{2}{x+1} \geq 1$?

- A. $\begin{cases} x < -1 \\ x > 2 \end{cases}$. B. $\begin{cases} x \leq -1 \\ x \geq 2 \end{cases}$. C. $-1 < x < 2$. D. $-1 \leq x \leq 2$.

Câu 22. (TH) Với điều kiện $x \neq 1$, bất phương trình $\left| \frac{2x+1}{x-1} \right| > 2$ tương đương với mệnh đề nào sau đây:

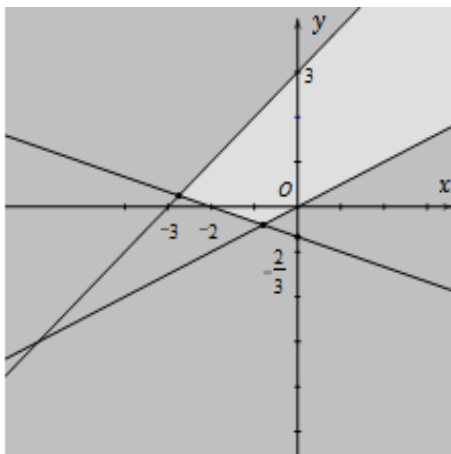
- A. $x-1 > 0$ hoặc $\frac{4x-1}{x-1} < 0$. B. $-2 < \frac{2x+1}{x-1} < 2$.
C. $\frac{2x+1}{x-1} < -2$. D. Tất cả các câu trên đều đúng.

Câu 23. (TH) Cho bất phương trình $|x+1| + |x-4| > 7$. Tìm giá trị nguyên dương nhỏ nhất của x thỏa bất phương trình.

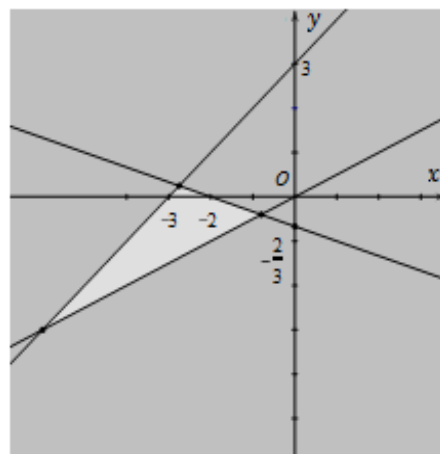
- A. 9. B. 8. C. 7. D. 6.

Câu 24. (TH) Miền nghiệm của hệ bất phương trình
$$\begin{cases} x - 2y < 0 \\ x + 3y > -2 \\ y - x < 3 \end{cases}$$
 là phần không tô đậm của hình vẽ nào

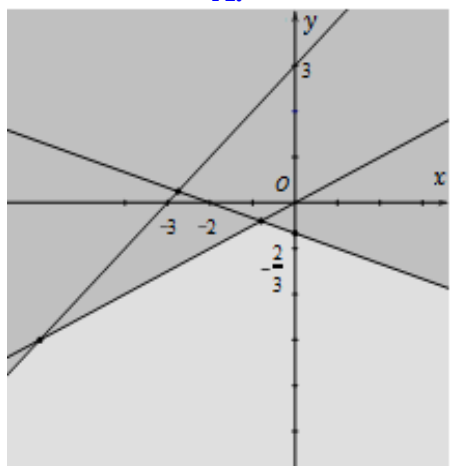
trong các hình?



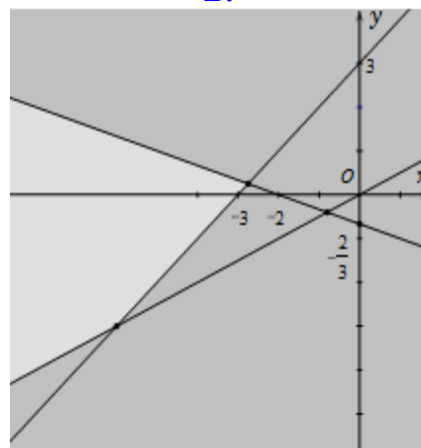
A.



B.



C.



D.

Câu 25. (TH) Tìm tập xác định D của hàm số $y = \sqrt{\frac{3-3x}{-x^2-2x+15}} - 1$.

A. $D = [4; +\infty)$.

B. $D = (-5; -3] \cup (3; 4]$.

C. $D = (-\infty; -5)$.

D. $D = (-5; 3) \cup (3; 4]$.

Câu 26. (TH) Tập nghiệm S của bất phương trình $(x-5)\sqrt{x-4} \geq 0$ là

A. $S = [5; +\infty)$.

B. $S = (5; +\infty)$.

C. $S = \{4\} \cup [5; +\infty)$.

D. $S = \{4\} \cup (5; +\infty)$.

Câu 27. (TH) Tập nghiệm S của bất phương trình $\frac{(3-x)(x-2)}{x+1} \leq 0$ là

A. $S = (-1; 2] \cup [3; +\infty)$.

B. $S = (-\infty; 1) \cup [2; 3]$.

C. $S = [-1; 2] \cup [3; +\infty)$.

D. $S = (-1; 2) \cup (3; +\infty)$.

Câu 28. (TH) Tìm các giá trị thực của tham số m để bất phương trình $x^2 - x + m \leq 0$ vô nghiệm?

A. $m < 1$.

B. $m > 1$.

C. $m < \frac{1}{4}$.

D. $m > \frac{1}{4}$.

Câu 29. (TH) Tìm các giá trị thực của tham số m để bất phương trình $(m+1)x^2 + mx + m < 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

A. $m < -1$.

B. $m > -1$.

C. $m < -\frac{4}{3}$.

D. $m > \frac{4}{3}$.

Câu 30. (TH) Số nghiệm nguyên của bất phương trình $(x - x^2)\sqrt{x^2 - 5x + 6} \geq 0$.

A. 4.

B. 2.

C. 0.

D. vô số.

Câu 31. (VD) Cho $a > b > -1$ và $x = \frac{2+a}{1+2a+a^2}$, $y = \frac{2+b}{1+2b+b^2}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $x > y$.

B. $x < y$.

C. $x = y$.

D. Không so sánh được.

Câu 32. (VD) Cho hai số thực x, y thỏa mãn $x^2 + y^2 = 1$, gọi $S = x + y$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $S \leq -\sqrt{2}$.

B. $S \geq \sqrt{2}$.

C. $-\sqrt{2} \leq S \leq \sqrt{2}$.

D. $-1 \leq S \leq 1$.

Câu 33. (VD) Số giá trị nguyên của tham số m để bất phương trình $(m^2 - m)x < m$ vô nghiệm?

A. Vô số.

B. 0.

C. 1.

D. 2.

Câu 34. (VD) Tính giá trị nhỏ nhất của biểu thức $F = y - x$ trên miền xác định bởi hệ
$$\begin{cases} y - 2x \leq 2 \\ 2y - x \geq 4 \\ x + y \leq 5 \end{cases}$$

A. $\min F = 1$ khi $x = 2, y = 3$.

B. $\min F = 2$ khi $x = 0, y = 2$.

C. $\min F = 3$ khi $x = 1, y = 4$.

D. $\min F = 0$ khi $x = 0, y = 0$.

Câu 35. (VD) Cho bất phương trình $(m^2 - 4)x^2 + (m - 2)x + 1 < 0$. Tập tất cả các giá trị của tham số m làm cho bất phương trình vô nghiệm có dạng $(-\infty; a] \cup [b; +\infty)$. Tính giá trị của $a.b$.

A. $-\frac{20}{3}$.

B. 4.

C. -4.

D. $\frac{20}{3}$.

Câu 36. (VD) Xác định m để với mọi x ta có $-1 \leq \frac{x^2 + 5x + m}{2x^2 - 3x + 2} < 7$.

A. $-\frac{5}{3} \leq m < 1$.

B. $1 < m \leq \frac{5}{3}$.

C. $m \leq -\frac{5}{3}$.

D. $m < 1$.

Câu 37. (VD) Tổng tất cả các giá trị của tham số thực m sao cho phương trình $mx^2 - 2mx - 2m - 1 = 0$ có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn $x_1^2 + 2x_1x_2 + 3x_2^2 = 4x_1 + 5x_2 - 1$ là bao nhiêu?

A. $\frac{7}{11}$.

B. -1.

C. $\frac{3}{2}$.

D. $-\frac{7}{11}$.

Câu 38. (VDC) Tìm tập giá trị của biểu thức $x - a$ biết rằng $|2x + 4 - 2a| + |x - 2 + a| \leq 3$.

A. $\left[-\frac{1}{2}; \frac{3}{2}\right)$.

B. $\left[-\frac{1}{2}; \frac{3}{2}\right]$.

C. $\left[-\frac{7}{2}; \frac{-1}{2}\right]$.

D. $\left(\frac{-7}{2}; \frac{-1}{2}\right)$.

Câu 39. (VDC) Người ta dự định dùng hai loại nguyên liệu để chiết xuất ít nhất 12kg chất A và 1kg chất B. Từ một tấn nguyên liệu loại I giá 4 triệu đồng, có thể chiết xuất được 8kg chất A và 0,25kg chất B. Từ một tấn nguyên liệu loại II giá 3 triệu đồng, có thể chiết xuất được 4kg chất A và 0,75kg chất B. Hỏi phải dùng bao nhiêu tấn nguyên liệu mỗi loại để chi phí mua nguyên liệu là ít nhất, biết rằng cơ sở cung cấp nguyên liệu chỉ có thể cung cấp không quá 4 tấn nguyên liệu loại I và không quá 3 tấn nguyên liệu loại II

A. 4 tấn loại I và 3 tấn loại II.

B. 2 tấn loại I và 4 tấn loại II.

C. 1 tấn loại I và 3 tấn loại II.

D. 3 tấn loại I và 2 tấn loại II.

Câu 40. (VDC) Cho S là tập hợp tất cả các giá trị nguyên của tham số m sao cho bất phương trình

$$\frac{(m+1)x^2 + (4m+2)x + 4m+4}{mx^2 + 2(m+1)x + m} \leq 1 \text{ có tập nghiệm là } R. \text{ Tính số phần tử của tập hợp } S.$$

A. 1.

B. 0.

C. 10.

D. vô số.

ĐỀ 02

Câu 1. (NB) Nếu $a > b, c < 0$ thì bất đẳng thức nào sau đây đúng.

A. $ac > bc$.

B. $ac < bc$.

C. $a + c < b + c$.

D. $ac \geq b + c$.

Câu 2. (NB) Tập xác định của hàm số $y = \frac{3x-2}{\sqrt{3-x}}$.

- A. $(-\infty; 3]$. B. $(3; +\infty)$. C. $(-\infty; -3)$. D. $(-\infty; 3)$.

Câu 3. (NB) Bất phương trình nào sau đây không tương đương với bất phương trình $2x + 2019 \geq 0$?

- A. $(x-1)^2(2x+2019) \geq 0$. B. $-x^2(2x+2019) \leq 0$.
C. $\sqrt{2x+2019}(2x+2019) \geq 0$. D. $\sqrt{2x+2019}(2x-2019) \geq 0$.

Câu 4. (NB) Bất phương trình $ax + b < 0$ có tập nghiệm là $\mathbb{R}$ khi

- A. $\begin{cases} a = 0 \\ b > 0 \end{cases}$. B. $\begin{cases} a = 0 \\ b < 0 \end{cases}$. C. $\begin{cases} a = 0 \\ b \neq 0 \end{cases}$. D. $\begin{cases} a = 0 \\ b \geq 0 \end{cases}$.

Câu 5. (NB) Bất phương trình $\frac{4x+5}{2} + 3 \leq \frac{x+9}{3} + x$ có bao nhiêu nghiệm nguyên lớn hơn -8 ?

- A. 4. B. 5. C. 10. D. 9.

Câu 6. (NB) Tìm tập nghiệm của bất phương trình $\frac{2}{x+1} \geq 0$.

- A. $S = (-\infty; -1)$. B. $S = (-\infty; -1]$. C. $S = (-1; +\infty)$. D. $S = [-1; +\infty)$.

Câu 7. (NB) Có bao nhiêu giá trị nguyên của x thỏa mãn bất phương trình $(x-1)(5-x) > 0$?

- A. 3. B. 5. C. 4. D. 6.

Câu 8. (NB) Bất phương trình $|x^2 - 2x - 3| \leq 3x - 3$ có tập nghiệm là $[a; b]$. Tính giá trị biểu thức $S = 3a^2 + b^2$.

- A. 16. B. 33. C. 23. D. 37.

Câu 9. (NB) Điểm nào sau đây thuộc miền nghiệm của bất phương trình $x + 2y + 1 > 0$.

- A. $M(-1; 1)$. B. $N(1; -1)$. C. $P(-1; -1)$. D. $Q(-2; 0)$.

Câu 10. (NB) Điểm nào sau đây không thuộc miền nghiệm của hệ bất phương trình $\begin{cases} x - y + 1 < 0 \\ 2x - y + 4 > 0 \\ x + y - 4 < 0 \end{cases}$.

- A. $M(0; 1)$. B. $N(-1; 1)$. C. $P(-1; 2)$. D. $Q(0; 2)$.

Câu 11. (NB) Tập nghiệm của bất phương trình $x^2 - 4x + 3 > 0$ là

- A. $(-\infty; 1) \cup (4; +\infty)$. B. $(-\infty; 1) \cup (3; +\infty)$.

C. $(-\infty; 1] \cup [3; +\infty)$.

D. $(-\infty; 1) \cap (3; +\infty)$.

Câu 12. (NB) Cho tam thức bậc hai $f(x) = ax^2 + bx + c$ với $(a \neq 0)$ có $\Delta < 0$. Khẳng định nào sau đây đúng với mọi $x \in \mathbb{R}$.

A. $af(x) > 0$.

B. $af(x) \geq 0$.

C. $af(x) < 0$.

D. $af(x) \leq 0$.

Câu 13. (NB) Cho tam thức bậc hai $f(x) = 2x^2 + x - 1$. Tìm x để $f(x) > 0$.

A. $x \in \left(-1; \frac{1}{2}\right)$.

B. $x \in (-\infty; -1) \cap \left(\frac{1}{2}; +\infty\right)$.

C. $x \in (-\infty; -1) \cup \left(\frac{1}{2}; +\infty\right)$.

D. $x \in (-\infty; -1] \cup \left[\frac{1}{2}; +\infty\right)$.

Câu 14. (NB) Tập nghiệm của hệ bất phương trình $\begin{cases} 2x^2 + 9x + 7 > 0 \\ x^2 + x - 6 < 0 \end{cases}$.

A. $S = [-1; 2]$.

B. $S = (-1; 2)$.

C. $S = (-\infty; -1)$.

D. $S = \mathbb{R}$.

Câu 15. (NB) Tìm các giá trị thực của tham số m để phương trình $x^2 - 10x + 4m + 9 = 0$ có nghiệm.

A. $m \geq 5$.

B. $m = 5$.

C. $m > 4$.

D. $m \leq 4$.

Câu 16. (TH) Cho 2 số thực $x, y > 0$ thỏa mãn $x + y = 6$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $xy > \frac{(x+y)^2}{4}$.

B. $\sqrt{xy} \leq 3$.

C. $xy < \frac{x^2 + y^2}{2}$.

D. $\sqrt{xy} \geq 3$.

Câu 17. (TH) Xét các bất đẳng thức

I: $x^2 - xy + y^2 \geq xy$;

II: $\frac{x^2 + y^2}{2} \geq xy$;

III: $x + y \geq 2\sqrt{xy}$ với $x, y > 0$;

IV: $\frac{1}{x^2} + \frac{1}{y^2} \leq \frac{8}{(x+y)^2}$ với $x, y > 0$.

Có bao nhiêu bất đẳng thức đúng?

- A. 1 . B. 2 . C. 3 . D. 4 .

Câu 18. (TH) Cho hai số thực a và b thỏa $a - b = 2$. Tích hai số a và b đạt giá trị nhỏ nhất bằng bao nhiêu?

- A. 0. B. 1. C. 3. D. -1.

Câu 19. (TH) Tập nghiệm S của hệ bất phương trình $\begin{cases} 3 - x > 0 \\ 3x + 1 < 2x - 1 \end{cases}$.

- A. $S = -\infty; 3$. B. $S = -\infty; -2$. C. $S = -2; 3$. D. $S = 3; +\infty$.

Câu 20. (TH) Hệ bất phương trình $\begin{cases} 3x - 2 > 0 \\ x - m < 4 \end{cases}$ có nghiệm khi và chỉ khi

- A. $m < -\frac{10}{3}$. B. $m \leq -\frac{10}{3}$. C. $m \geq -\frac{10}{3}$. D. $m > -\frac{10}{3}$.

Câu 21. (TH) Có bao nhiêu giá trị nguyên của $x \in [-2; 5]$ thỏa mãn bất phương trình $x^2(x - 1) \geq 0$?

- A. 6. B. 5. C. 4. D. 7.

Câu 22. (TH) (TH) Bất phương trình $|4x + 3| - |x - 1| < x$ có tập nghiệm $S = (a; b)$. Tính giá trị biểu thức $P = 2a - 4b$.

- A. 4. B. 0 . C. 5. D. 6.

Câu 23. (TH) Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để bất phương trình $x^2 - 2mx + 2|x - m| + 2 > 0$ đúng với mọi x ?

- A. 4. B. 21. C. 3. D. 5.

Câu 24. (TH) Cho bất phương trình $2x + 3y - 2 < 0$. Miền nghiệm của bất phương trình?

- A. Nửa mặt phẳng chứa điểm O có bờ là đường thẳng $2x + 3y - 2 = 0$ (không kể bờ).
 B. Nửa mặt phẳng chứa điểm O có bờ là đường thẳng $2x + 3y - 2 = 0$ (kể cả bờ).
 C. Nửa mặt phẳng không chứa điểm O có bờ là đường thẳng $2x + 3y - 2 = 0$ (không kể bờ).
 D. Nửa mặt phẳng không chứa điểm O có bờ là đường thẳng $2x + 3y - 2 = 0$ (kể cả bờ).

Câu 25. (TH) Với giá trị nào của tham số m để bất phương trình $x^2 - 2x + m \geq 0$ có tập nghiệm $(-\infty; +\infty)$?

- A. $m < 1$. B. $m > 1$. C. $m = 1$. D. $m \geq 1$.

Câu 26. (TH) Tìm tập nghiệm của bất phương trình $(x^2 - 4x + 4)(-x^2 - 2x + 3) \geq 0$.

- A. $[-3;1]$ B. $[-3;1] \cup \{2\}$. C. $(-\infty; -3] \cup [1; +\infty)$. D. $(-3;1)$.

Câu 27. (TH) Tập nghiệm của bất phương trình là: $\frac{3x^2 - 2x - 1}{2x - x^2} \leq 0$?

- A. $\left(-\infty; \frac{1}{3}\right] \cup [0;1) \cup [2; +\infty)$. B. $\left[\frac{-1}{3}; 0\right) \cup (1;2]$.
C. $\left(\frac{-1}{3}; 0\right) \cup (1;2)$. D. $\left(-\infty; \frac{-1}{3}\right] \cup (0;1] \cup (2; +\infty)$.

Câu 28. (TH) Tìm tất cả các giá trị của tham số m để $f(x) = x^2 - 2(m+2)x - 2m^2 + 3m + 4$ không âm $\forall x \in \mathbb{R}$.

- A. $m \in \left(-\frac{1}{3}; 0\right)$ B. $m \in \left[\frac{-1}{3}; 0\right]$.
C. $m \in \left(-\infty; -\frac{1}{3}\right] \cup [0; +\infty)$. D. $m \in \emptyset$.

Câu 29. (TH) Tìm tất cả các giá trị của tham số m để $g(x) = 4mx^2 - 4(m-1)x + m - 3$ luôn âm $\forall x \in \mathbb{R}$

- A. $m < 1$. B. $m > -1$. C. $m \leq -1$. D. $m < -1$.

Câu 30. (TH) Bất phương trình $x^2 + 2mx + m^2 - 5m + 6 > 0$ (m là tham số thực) có nghiệm $\forall x \in \mathbb{R}$ khi $m \in \left(-\infty; \frac{a}{b}\right)$ với $a, b \in \mathbb{Z}$ và $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản. Tính giá trị biểu thức $a + 2b$.

- A. 16. B. 61. C. 37. D. 73.

Câu 31. (VD) Cho 5 số thực a, b, c, d, e xét các bất đẳng thức

I: $a^2 + b^2 + c^2 + 3 \geq 2(a + b + c)$;

II: $a^2 + b^2 + c^2 + d^2 + e^2 \geq a(b + c + d + e)$;

III: $ab \geq \frac{(a+b)^2}{4}$ với $a, b > 0$;

Chọn đáp án đúng.

- A. Chỉ bất đẳng thức I đúng. B. Bất đẳng thức I và II đúng.
C. Bất đẳng thức II và III đúng. D. Cả 3 bất đẳng thức I, II, III đều đúng.

Câu 32. (VD) Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = 2x + \frac{8}{x^2}$, với $x > 0$.

- A. 3. B. $2\sqrt{2}$. C. 1. D. 6.

Câu 33. (VD) Biểu thức nào dưới đây có bảng xét dấu như sau.

x	$-\infty$	1	3	$+\infty$
VT	-	0	+	-

- A. $f(x) = x^2 - 4x + 3$. B. $f(x) = -x^2 + 4x - 3$.

- C. $f(x) = \frac{x-1}{3-x}$. D. $f(x) = \frac{x-3}{1-x}$.

Câu 34. (VD) Cho hàm số $y = x^2 + 2x + 3 + |x - a + 1|$, có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $a \in [-10; 10]$ sao cho giá trị nhỏ nhất của hàm số lớn hơn 2?

- A. 20. B. 21. C. 12. D. 11.

Câu 35. (VD) Gọi $(x; y)$ là nghiệm của hệ bất phương trình
$$\begin{cases} x - 2y - 2 \leq 0 \\ 4x - 3y + 12 \geq 0 \\ x + 3y + 3 \geq 0 \\ 2x + y - 4 \leq 0 \end{cases}$$
. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $F = 4x + 5y - 6$.

- A. 14. B. 2. C. -18. D. 18.

Câu 36. (VD) Một phân xưởng có hai máy đặc chủng M_1, M_2 sản xuất hai loại sản phẩm kí hiệu I; II. Một tấn sản phẩm loại I lãi 2 triệu đồng, một tấn sản phẩm loại II lãi 1,6 triệu đồng. Muốn sản xuất một tấn sản phẩm loại I phải dùng máy M_1 trong 3 giờ và máy M_2 trong 1 giờ. Muốn sản xuất một tấn sản phẩm loại II phải dùng máy M_1 trong 1 giờ và máy M_2 trong 1 giờ. Một máy không thể dùng để sản xuất đồng thời hai sản phẩm trên. Máy M_1 làm việc không quá 6 giờ trong một ngày, máy M_2 một ngày chỉ làm việc không quá 4 giờ. Kế hoạch sản xuất sao cho tổng số tiền lãi lớn nhất là

- A. 3 tấn sản phẩm loại I, và 1 tấn sản phẩm loại II.
B. 2 tấn sản phẩm loại I, và 2 tấn sản phẩm loại II.
C. 1 tấn sản phẩm loại I, và 3 tấn sản phẩm loại II.
D. 1.5 tấn sản phẩm loại I, và 2.5 tấn sản phẩm loại II.

Câu 37. (VD) Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hệ bất phương trình $\begin{cases} x^2 - 2x - 3 \leq 0 \\ x^2 - 2mx + m^2 - 9 \geq 0 \end{cases}$ có nghiệm.

- A. $m \leq 0$. B. $m \geq 2$.
C. $m \in (0; 2)$. D. $m \in (-\infty; 0] \cup [2; +\infty)$.

Câu 38. (VDC) Phương trình $\sqrt{x^2 + 4x + 3m + 1} = x + 3$ (m là tham số thực) có nghiệm khi $m \in \left[\frac{a}{b}; +\infty\right)$ trong đó $a, b \in \mathbb{Z}$ và $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản. Tính giá trị biểu thức $4a^2 + 3b^2 + 7$.

- A. 49. B. 50. C. 35. D. 53.

Câu 39. (VDC) Một gia đình cần ít nhất 900g chất prôtein và 400g chất lipid trong thức ăn mỗi ngày. Biết rằng thịt bò chứa 80% prôtein và 20% lipid. Thịt lợn chứa 60% prôtein và 40% lipid. Biết rằng gia đình này chỉ mua nhiều nhất là 1600g thịt bò và 1100g thịt lợn, giá tiền 1kg thịt bò là 45 nghìn đồng, 1kg thịt lợn là 35 nghìn đồng. Gia đình đó phải mua bao nhiêu kg thịt mỗi loại để chi phí ít nhất?

- A. 0,6 kg thịt bò và 0,7 kg thịt lợn. B. 0,8 kg thịt bò và 0,7 kg thịt lợn.
C. 0,5 kg thịt bò và 0,8 kg thịt lợn. D. 0,6 kg thịt bò và 0,9 kg thịt lợn.

Câu 40. (VDC) Có bao nhiêu số nguyên của tham số m để phương trình $\sqrt{x+3} + \sqrt{6-x} - \sqrt{(x+3)(6-x)} = m$ có nghiệm?

- A. 4. B. 5. C. 6. D. 7.

ĐỀ 03

Câu 1. Cho α là góc tù. Điều khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. $\sin \alpha < 0$. B. $\cos \alpha > 0$. C. $\tan \alpha < 0$. D. $\cot \alpha > 0$.

Câu 2. Trong các đẳng thức sau, đẳng thức nào đúng?

- A. $\sin(180^\circ - \alpha) = -\cos \alpha$. B. $\sin(180^\circ - \alpha) = -\sin \alpha$.
C. $\sin(180^\circ - \alpha) = \sin \alpha$. D. $\sin(180^\circ - \alpha) = \cos \alpha$.

Câu 3. Cho $\cos x = \frac{1}{2}$. Tính biểu thức $P = 3\sin^2 x + 1$.

- A. $\frac{13}{4}$. B. $\frac{7}{4}$. C. $\frac{11}{4}$. D. $\frac{15}{4}$.

Câu 4. Cho hai góc nhọn α và β trong đó $\alpha < \beta$. Khẳng định nào sau đây là **sai**?

- A. $\cos \alpha < \cos \beta$. B. $\sin \alpha < \sin \beta$.
C. $\alpha + \beta = 90^\circ \Rightarrow \cos \alpha = \sin \beta$. D. $\tan \alpha + \tan \beta > 0$.

Câu 5. Cho α là góc tù và $\sin \alpha = \frac{5}{13}$. Giá trị của biểu thức $3\sin \alpha + 2\cos \alpha$ là

- A. 3. B. $-\frac{9}{13}$. C. -3. D. $\frac{9}{13}$.

Câu 6. Nếu $\tan \alpha = 3$ thì $\cos \alpha$ bằng bao nhiêu?

- A. $\pm \frac{\sqrt{10}}{10}$. B. $\frac{\sqrt{10}}{10}$. C. $-\frac{\sqrt{10}}{10}$. D. $\frac{1}{3}$.

Câu 7. Cho $\vec{a}$ và $\vec{b}$ là hai vector cùng hướng và đều khác vector $\vec{0}$. Trong các kết quả sau đây, hãy chọn kết quả đúng:

- A. $\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}|$. B. $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0$. C. $\vec{a} \cdot \vec{b} = -1$. D. $\vec{a} \cdot \vec{b} = -|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|$.

Câu 8. Trong mặt phẳng Oxy cho $\vec{a} = (1; 3)$, $\vec{b} = (-2; 1)$. Tính $\vec{a} \cdot \vec{b}$.

- A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.

Câu 9. Cặp vector nào sau đây vuông góc?

- A. $\vec{a} = (2; -1)$ và $\vec{b} = (-3; 4)$. B. $\vec{a} = (3; -4)$ và $\vec{b} = (-3; 4)$.
C. $\vec{a} = (-2; -3)$ và $\vec{b} = (-6; 4)$. D. $\vec{a} = (7; -3)$ và $\vec{b} = (3; -7)$.

Câu 10. Cho 2 vector $\vec{a} = (a_1; a_2)$, $\vec{b} = (b_1; b_2)$, tìm biểu thức sai:

- A. $\vec{a} \cdot \vec{b} = a_1 \cdot b_1 + a_2 \cdot b_2$. B. $\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \cos(\vec{a}, \vec{b})$.
C. $\vec{a} \cdot \vec{b} = \frac{1}{2} [\vec{a}^2 + \vec{b}^2 - (\vec{a} + \vec{b})^2]$. D. $\vec{a} \cdot \vec{b} = \frac{1}{2} [(\vec{a} + \vec{b})^2 - \vec{a}^2 - \vec{b}^2]$.

Câu 11. Cho tam giác ABC cân tại A, $A = 120^\circ$ và $AB = a$. Tính $\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{CA}$.

- A. $\frac{a^2}{2}$. B. $-\frac{a^2}{2}$. C. $\frac{a^2 \sqrt{3}}{2}$. D. $-\frac{a^2 \sqrt{3}}{2}$.

Câu 12. Trong mặt phẳng $(O; \vec{i}, \vec{j})$ cho 2 vectơ : $\vec{a} = 3\vec{i} + 6\vec{j}$ và $\vec{b} = 8\vec{i} - 4\vec{j}$. Kết luận nào sau đây sai?

- A. $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0$. B. $\vec{a} \perp \vec{b}$. C. $|\vec{a}| \cdot |\vec{b}| = 0$. D. $|\vec{a} \cdot \vec{b}| = 0$.

Câu 13. Trong tam giác ABC với $BC = a$, $AC = b$, $AB = c$. Mệnh đề nào dưới đây **sai**?

- A. $a = \frac{b \sin A}{\sin B}$. B. $\sin C = \frac{c \sin A}{a}$. C. $a = 2R \sin A$. D. $b = R \tan B$.

Câu 14. Cho tam giác ABC với $BC = a$, $AC = b$, $AB = c$, chọn công thức đúng trong các đáp án sau:

A. $m_a^2 = \frac{b^2 + c^2}{4} + \frac{a^2}{4}$. B. $m_a^2 = \frac{a^2 + c^2}{4} - \frac{b^2}{4}$.

C. $m_a^2 = \frac{2b^2 + 2c^2 - a^2}{4}$. D. $m_a^2 = \frac{a^2 + b^2}{4} - \frac{c^2}{4}$.

Câu 15. Cho tam giác ABC với $BC = a$, $AC = b$, $AB = c$. Đẳng thức nào **sai**?

- A. $b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos B$ B. $a^2 = b^2 + c^2 + 2bc \cos A$.
C. $c^2 = b^2 + a^2 + 2ab \cos C$. D. $c^2 = b^2 + a^2 - 2ab \cos C$.

Câu 16. Cho tam giác ABC với $BC = a$, $AC = b$, $AB = c$. Diện tích của $\triangle ABC$ là

A. $S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} ac \sin C$. B. $S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} bc \sin B$.

C. $S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} ac \sin B$. D. $S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} bc \sin C$.

Câu 17. Cho tam giác ABC với $BC = a$, $BAC = 120^\circ$. Bán kính đường tròn ngoại tiếp $\triangle ABC$ là

A. $R = \frac{a\sqrt{3}}{2}$. B. $R = \frac{a}{2}$. C. $R = \frac{a\sqrt{3}}{3}$. D. $R = a$.

Câu 18. Trong hệ tọa độ Oxy, cho $\vec{a} = (2; 5)$, $\vec{b} = (3; -7)$. Tính góc giữa hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$.

- A. 60° . B. 45° . C. 135° . D. 120° .

Câu 19. Một tam giác có ba cạnh là 52, 56, 60. Bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác đó là

A. $\frac{65}{4}$. B. 40. C. 32,5. D. 65,8.

Câu 20. Cho $\vec{a} = (-1; 2)$ và $\vec{b} = (2; m)$. Giá trị của m để $\vec{a}$ và $\vec{b}$ vuông góc là:

- A. $m = -4$. B. $m = -1$. C. $m = 4$. D. $m = 1$.

Câu 21. Khẳng định nào sau đây là sai:

- A. $\sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$. B. $\sin 30^\circ = \frac{1}{2}$. C. $\tan 45^\circ = 1$. D. $\cos 110^\circ = \cos 70^\circ$.

Câu 22. Cho tam giác ABC có $AB = 12$, $AC = 13$, $BC = 5$. Diện tích S của tam giác ABC là:

- A. $S = 30$. B. $S = 40$. C. $S = 50$. D. $S = 60$.

Câu 23. Cho tam giác ABC có $c = 4$, $b = 6$, $A = 60^\circ$. Chiều cao h_a của tam giác ABC là:

- A. $h_a = \frac{3\sqrt{21}}{7}$. B. $h_a = \frac{6\sqrt{21}}{7}$. C. $h_a = \frac{12\sqrt{21}}{7}$. D. $h_a = \frac{2\sqrt{21}}{7}$.

Câu 24. Cho $\cos x = \frac{1}{4}$. Tính biểu thức $P = \sin^2 x + 3\cos^2 x$

- A. $\frac{7}{8}$. B. $\frac{11}{8}$. C. $\frac{9}{8}$. D. $\frac{13}{8}$.

Câu 25. Cho tam giác ABC có H là trực tâm. Biểu thức $(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{HC})^2$ bằng biểu thức nào sau đây ?

- A. $AB^2 + HC^2$. B. $(AB + HC)^2$. C. $AC^2 + AH^2$. D. $AC^2 + 2AH^2$.

Câu 26. Cho tam giác ABC là tam giác đều thì mệnh đề nào sau đây đúng ?

- A. $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = \frac{1}{2} AB^2$. B. $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = \frac{\sqrt{3}}{2} AB^2$. C. $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = \frac{1}{4} AB^2$. D. $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 0$.

Câu 27. Trong mặt phẳng $(O, \vec{i}, \vec{j})$, cho ba điểm $A(3; 6)$, $B(x; -2)$. Tìm x để OA vuông góc với AB .

- A. $x = 19$. B. $x = -19$. C. $x = 12$. D. $x = 18$.

Câu 28. Cho tam giác ABC có $AB = 10$, $AC = 12$, góc $BAC = 120^\circ$. Khi đó, $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$ bằng:

- A. 30. B. 60. C. -60. D. -30.

Câu 29. Trong mặt phẳng (Oxy) , cho $A(-1; 3)$, $B(-3; -2)$, $C(4; 1)$. Xét các mệnh đề sau:

I. $AB = \sqrt{(-3+1)^2 + (-2-3)^2} = \sqrt{29}$.

II. $AC^2 = 29$; $BC^2 = 58$.

III. $\triangle ABC$ là tam giác vuông cân.

Hỏi mệnh đề nào đúng ?

- A.** Chỉ I. **B.** Chỉ II. **C.** Chỉ III. **D.** Cả I, II, III.

Câu 30. Cho tam giác ABC có $a = 2$, $b = \sqrt{6}$, $c = \sqrt{3} + 1$. Tính bán kính R của đường tròn ngoại tiếp.

- A.** $\sqrt{2}$. **B.** $\frac{\sqrt{2}}{2}$. **C.** $\frac{\sqrt{2}}{3}$. **D.** $\sqrt{3}$.

Câu 31. Trong mặt phẳng toạ độ Oxy cho hai điểm $A(1; 1)$, $B(-2; 4)$. Tìm toạ độ điểm M trên trục Ox sao cho $|\overrightarrow{MA} - 2\overrightarrow{MB}|$ đạt giá trị nhỏ nhất.

- A.** $M(1; 0)$. **B.** $M(-3; 0)$. **C.** $M(7; 0)$. **D.** $M(-5; 0)$.

Câu 32. Cho hai điểm phân biệt A, B . Tìm quỹ tích điểm M thoả mãn $\overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{AB} = AM^2$.

- A.** Đường trung trực của đoạn AB . **B.** Đường tròn đường kính AB .
C. Đường tròn tâm A bán kính AB . **D.** Đường thẳng qua A và vuông góc với AB .

Câu 33. Cho tam giác ABC vuông tại B và điểm M trên cạnh BC sao cho $MA^2 + MB^2 + MC^2$ đạt giá trị nhỏ nhất. Tính tỉ số diện tích $S = \frac{S_{\triangle ABM}}{S_{\triangle ABC}}$.

- A.** $\frac{1}{2}$. **B.** $\frac{2}{3}$. **C.** $\frac{3}{4}$. **D.** $\frac{1}{3}$.

Câu 34. Cho tam giác ABC nội tiếp trong đường tròn bán kính $R = 1$. Bán kính đường tròn nội tiếp tam giác ABC đạt giá trị lớn nhất bằng:

- A.** $\frac{1}{2}$. **B.** $\frac{\sqrt{3}}{2}$. **C.** $\frac{1}{3}$. **D.** $\frac{\sqrt{3}}{3}$.

Câu 35. Cho tam giác ABC có $BAC = 90^\circ$, $AB = 1$, $AC = 2$. Dựng điểm M sao cho $AM \perp BC$, $AM = 3$. Đặt $\overrightarrow{AM} = x\overrightarrow{AB} + y\overrightarrow{AC}$. Tính $T = x^2 + y^2$.

- A.** $T = \frac{153}{20}$. **B.** $T = \frac{153}{10}$. **C.** $T = \frac{153}{5}$. **D.** $T = \frac{153}{8}$.

Câu 36. Cho tam giác đều ABC cạnh a . Gọi M, N là các điểm thoả mãn $\overrightarrow{BM} = \frac{2}{3}\overrightarrow{BC}$, $\overrightarrow{AN} = \frac{1}{5}\overrightarrow{AB}$.

Gọi I là giao điểm của AM và CN . Tính a , biết diện tích của tam giác IBC bằng $\frac{36\sqrt{3}}{7}$.

- A.** $a = 5$. **B.** $a = 3$.
C. $a = 4$. **D.** $a = 6$.

Câu 37. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , tọa độ điểm N trên cạnh BC của tam giác ABC có $A(1;-2)$, $B(2;3)$, $C(-1;-2)$ sao cho $S_{ABN} = 3S_{ANC}$ là

- A. $\left(\frac{1}{4}; \frac{3}{4}\right)$. B. $\left(-\frac{1}{4}; -\frac{3}{4}\right)$. C. $\left(\frac{1}{3}; -\frac{1}{3}\right)$. D. $\left(-\frac{1}{3}; \frac{1}{3}\right)$.

Câu 38. Cho tam giác ABC nội tiếp đường tròn tâm O . Gọi I là trung điểm của AC , M là điểm thỏa mãn $\overrightarrow{OM} = 2\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + 2\overrightarrow{OC}$. Biết rằng OM vuông góc với BI và $AC^2 = 3BC \cdot BA$. Tính góc ABC .

- A. 30° . B. 45° . C. 60° . D. 120° .

Câu 39. Cho hình thang vuông $ABCD$, đường cao $AD = h$, cạnh đáy $AB = a, CD = b$. Tìm hệ thức giữa a, b, h để BD vuông góc với trung tuyến AM của tam giác ABC .

- A. $h^2 = a(a+b)$. B. $h^2 = a(b-a)$.
C. $h(h+b) = a(a+b+h)$. D. $2h^2 = a(a+b)$.

Câu 40. Cho hình vuông $ABCD$ cạnh a . Gọi M, N lần lượt thuộc các đoạn thẳng BC và AC sao cho $\overrightarrow{BM} = \frac{1}{3}\overrightarrow{MC}$, $\overrightarrow{CN} = k\overrightarrow{AN}$ và $AM \perp DN$. Khi đó k thuộc khoảng nào dưới đây?

- A. $(3;5)$. B. $(-5;-3)$. C. $(-4;-2)$. D. $(2;4)$.

PHẦN TỰ LUẬN ÔN THI HỌC SINH GIỎI CẤP TRƯỜNG

SỞ GD & ĐT HÀ NỘI
TRƯỜNG THPT ĐAN PHƯỢNG

ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI
Môn: Toán - Lớp : 10

Năm học: 2011 - 2012

(Thời gian làm bài : 120 Phút)

Câu 1: (4,0 điểm). Giải phương trình :

$$(3x+1)\sqrt{2x^2-1} = 5x^2 + \frac{3}{2}x - 3$$

Câu 2: (4,0 điểm). Giải hệ phương trình:

$$\begin{cases} x^3 + y^3 = 1 \\ x^2y + 2xy^2 + y^3 = 2 \end{cases}$$

Câu 3: (3,0 điểm). Cho các số thực dương a, b, c thỏa mãn: $ab + bc + ca = 3$

Chúng minh rằng: $\frac{1}{1+a^2(b+c)} + \frac{1}{1+b^2(c+a)} + \frac{1}{1+c^2(a+b)} \leq \frac{1}{abc}$.

Câu 4: (3,0 điểm). Giải bất phương trình $(4x-3)\sqrt{x^2-3x+4} \geq 8x-6$

Câu 5: (6,0 điểm).

a) Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, viết phương trình các cạnh của tam giác ABC biết B(2; -1), đường cao qua đỉnh A có phương trình $(d_1): 3x - 4y + 27 = 0$ và đường phân giác trong qua đỉnh C có phương trình $(d_2): x + 2y - 5 = 0$

b) Chứng minh điều kiện cần và đủ để tam giác ABC là tam giác đều là: $m_a + m_b + m_c = \frac{9}{2}R$.

Trong đó m_a, m_b, m_c lần lượt là độ dài các đường trung tuyến xuất phát từ các đỉnh A, B, C và R là bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC.

SỞ GD VÀ ĐT HÀ NỘI

ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI CẤP TRƯỜNG

TRƯỜNG THPT ĐAN PHƯỢNG

MÔN TOÁN – LỚP 10

Năm học 2012-2013

Thời gian làm bài: 120 phút.

Bài 1(5.0 điểm) Cho hàm số $y = f(x) = x^2 - 6mx + 2 - 2m + 9m^2$

1) Tìm m để phương trình $f(x) = 0$ có 2 nghiệm dương phân biệt;

2) Tìm m để bất phương trình $f(x) \leq 0$ có nghiệm là một đoạn trên trục số có độ dài bằng 1.

Bài 2 (5.0 điểm)

1) Giải phương trình $(x+1)\sqrt{16x+17} = 8x^2 - 15x - 23$;

2) Cho phương trình $x^2 - m|x-1| - 2x + m^2 = 0$

Xác định m để phương trình đã cho có nghiệm.

Bài 3(2.0 điểm) Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức

$$A = \sqrt{(2012x + 2014)(2015 - 2013x)} \quad \left(\text{với} \quad -\frac{2014}{2012} \leq x \leq \frac{2015}{2013} \right)$$

Bài 4(5.0 điểm)

- 1) Cho tứ giác ABCD, gọi M, N là các điểm thuộc cạnh AD, BC sao cho

$$\frac{MD}{MA} = \frac{NC}{NB} = 2012. \text{ Chứng minh rằng: } \overrightarrow{MN} = \frac{2012}{2013} \overrightarrow{AB} + \frac{1}{2013} \overrightarrow{DC}.$$

- 2) Cho tam giác ABC. Gọi m_a ; m_b ; m_c lần lượt là độ dài các đường trung tuyến kẻ từ A; B; C ; S là diện tích tam giác . Chứng minh rằng

$$S = \frac{4}{3} \sqrt{m(m - m_a)(m - m_b)(m - m_c)} \quad \text{với} \quad m = \frac{1}{2} (m_a + m_b + m_c).$$

Bài 5 (3.0 điểm)

Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho tam giác ABC có phương trình cạnh AB là : $x - 2y + 7 = 0$.

Hai đường trung tuyến kẻ từ A và B lần lượt có phương trình $x + y - 5 = 0$ và $2x + y - 11 = 0$. Hãy viết phương trình hai cạnh còn lại của tam giác đó.

SỞ GD VÀ ĐT HÀ NỘI

ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI CẤP TRƯỜNG

TRƯỜNG THPT ĐAN PHƯỢNG

MÔN TOÁN – LỚP 10

Năm học 2013-2014

Thời gian làm bài: 120 phút.

Bài 1(4.0 điểm)

Tìm m để phương trình $f(x) = x^2 - (m + 2)x + m^2 + 1 = 0$

có 2 nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn $x_1^2 + 2x_2^2 = 3x_1x_2$.

Bài 2 (6.0 điểm)

Giải các phương trình, bất phương trình sau

$$1) \quad \frac{1}{x} + \frac{1}{\sqrt{2 - x^2}} = 2 ;$$

$$2) \quad (x^2 + 2x)^2 - 2|x^2 + 2x| - 3 \leq 0 .$$

Bài 3(2.0 điểm)

Cho $x > 0; y > 0$ là những số thay đổi thỏa mãn $\frac{2013}{x} + \frac{2014}{y} = 1$;

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = x + y$.

Bài 4 (5.0 điểm).

1) Cho tam giác ABC cân tại A nội tiếp đường tròn tâm O , điểm D là trung điểm của AB , E là trọng tâm tam giác ACD . Chứng minh rằng: $CD \perp OE$

2) Cho tam giác ABC có $AB = 4 \text{ cm}$, $BC = 5 \text{ cm}$, $AC = 7 \text{ cm}$. Tính độ dài đường cao nhỏ nhất của tam giác ABC .

Bài 5 (3.0 điểm)

Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho hình chữ nhật $ABCD$ có phương trình tổng quát của cạnh AB là $2x - y - 1 = 0$, đường thẳng AD qua điểm $M(3;1)$ và điểm $I(-1; \frac{1}{2})$ là giao điểm hai đường chéo AC và BD . Viết phương trình tổng quát của các cạnh AD , BC và DC .

SỞ GD VÀ ĐT HÀ NỘI

ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI CẤP TRƯỜNG

TRƯỜNG THPT ĐAN PHƯỢNG

MÔN TOÁN – LỚP 10

Năm học 2014-2015

Thời gian làm bài: 120 phút.

Bài 1(2.0 điểm)

Tìm các giá trị của tham số m sao cho phương trình sau có hai nghiệm phân biệt:

$$(4 - 2x)\sqrt{x - m} = 0.$$

Bài 2 (4.0 điểm)

Giải bất phương trình: $\sqrt{4x + 3} + \sqrt{x + 2} \geq 3x + 1$.

Bài 3 (4.0 điểm)

Tìm các giá trị của tham số m sao cho hệ bất phương trình sau có một nghiệm duy nhất

$$\begin{cases} |2x - 1| \geq 2 \\ x^2 - (3m - 2)x \leq 0 \end{cases}$$

Bài 4 (2.0 điểm)

Với giá trị nào của m bất phương trình sau nghiệm đúng với mọi số thực x

$$(x + 1)(x + 3)(x^2 + 4x + 6) \geq m.$$

Bài 5 (4.0 điểm)

Cho tam giác ABC biết $A(1;3)$ và phương trình của hai đường trung tuyến là

$$(\Delta_1): x - 2y + 1 = 0$$

$$(\Delta_2): y - 1 = 0.$$

- Lập phương trình cạnh BC của tam giác.
- Viết phương trình đường thẳng đi qua gốc tọa độ và cách A một khoảng lớn nhất.

Bài 6 (4.0 điểm)

Cho tam giác ABC thỏa mãn $(1 - \cos A)(1 - \cos B) = \frac{ab}{4c^2}$.

Chứng minh tam giác ABC đều.

SỞ GD VÀ ĐT HÀ NỘI
TRƯỜNG THPT ĐAN PHƯỢNG

ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI CẤP TRƯỜNG
MÔN TOÁN – LỚP 10
Năm học 2017-2018
Thời gian làm bài: 120 phút.

Bài 1(5.0 điểm) Cho $f(x) = x^2 - 2(m+1)x - m + 1$

- Tìm điều kiện của m để phương trình: $f(x) = mx + m^2 - 1$ có hai nghiệm trái dấu.
- Tìm điều kiện của m để bất phương trình: $f(x) > 0$ nhận mọi $x \in R$ làm nghiệm.

Bài 2 (6.0 điểm)

a, Giải phương trình: $x + 2\sqrt{7-x} = 2\sqrt{x-1} + \sqrt{-x^2 + 8x - 7} + 1$

b, Giải bất phương trình: $\sqrt{x^2 - 4x + 3} + \sqrt{2x^2 - 3x + 1} \geq x - 1$

c, Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} (1-y)(x-3y+3) - x^2 = \sqrt{(y-1)^3} \sqrt{x} \\ \sqrt{x^2 - y} + 2\sqrt[3]{x^3 - 4} = 2(y-2) \end{cases}$$

Bài 3 (4.0 điểm)

a, Cho các số thực x, y thỏa mãn điều kiện $x^2 + y^2 = 1$.

Tìm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của biểu thức: $P = \frac{4x^2 + 2xy - 1}{2xy - 2y^2 + 3}$

b, Lập bảng biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số: $y = x^2 - 4x + 3$. Vẽ đồ thị của hàm số:

$$y = |x^2 - 4x + 3|$$

Bài 4 (5.0 điểm)

1) Cho ΔABC có cạnh $BC = a$; $CA = b$; $AB = c$ và S là diện tích.

a) Chứng minh rằng $\cot A + \cot B = \frac{c^2}{2S}$

b) Cho M là điểm tùy ý, xác định vị trí của M để: $f(M) = \overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MB} \cdot \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MC} \cdot \overrightarrow{MA}$ đạt giá trị nhỏ nhất

2) Cho tam giác ABC có $AB = c$, $AC = b$ và $\angle BAC = 60^\circ$. Các điểm M, N được xác định bởi $\overrightarrow{MC} = -2\overrightarrow{MB}$ và $\overrightarrow{NB} = -2\overrightarrow{NA}$. Tìm hệ thức liên hệ giữa b và c để AM và CN vuông góc với nhau.

CHUYÊN ĐỀ HÀM SỐ LỚP 10 - 11 BỒI DƯỠNG HSG

Câu 1. Cho hàm số $y = -x^2 + 2(m+1)x + 1 - m^2$ (1), (m là tham số). Tìm giá trị của m để đồ thị hàm số (1) cắt trục hoành tại hai điểm phân biệt A, B sao cho tam giác KAB vuông tại K , trong đó $K(2; -2)$.

ĐS: $m = 1, m = 3$.

Câu 2. Tìm giá trị của m để đồ thị hàm số $y = x^2 - (m-2)x - 1$ cắt trục (d): $y = -x + m$ tại hai điểm phân biệt sao cho tam giác PAB đều, với $P(2; 5)$.

ĐS: $m = 1, m = -5$.

Câu 3. Cho Parabol (P): $y = x^2 - 3x + 2$

1. Vẽ Parabol (P), từ đó lập bảng biến thiên của hàm số.

2. Tìm m để phương trình $x^2 - 3|x| + 4 - m = 0$ có 4 nghiệm phân biệt.

ĐS: $\frac{3}{4} < m < 3$

Vậy $m \in \left(\frac{3}{4}; 3\right)$ thì phương trình đã cho có 4 nghiệm phân biệt.

Câu 4. Cho hàm số $y = x^2 - 4x + 3$ (1)

1. Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (P) của hàm số (1)
2. Gọi A, B là hai điểm thuộc đường thẳng $y = 3$. Tìm C, D thuộc đồ thị (P) sao cho ABCD là hình vuông, biết $x_C, x_D > 0$.

ĐS: $(3 - \sqrt{5}; 5 - 2\sqrt{5}), (1 + \sqrt{5}; 5 - 2\sqrt{5})$

Câu 5. Tìm m để đường thẳng (d): $y = mx + 1$ cắt parabol (P): $y = 2x^2 + x - 1$ tại hai điểm A, B phân biệt sao cho OA vuông góc với OB (với O là gốc tọa độ).

ĐS: $m = 0$ hoặc $m = -1$

Câu 6. Cho parabol (P): $y = x^2 - mx - 2$ và đường thẳng d: $y = mx - 3m + 4$. Tìm tất cả các giá trị của m để d cắt (P) tại hai điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2 sao cho biểu thức $P = x_1^2 + x_2^2$ đạt giá trị nhỏ nhất.

ĐS: $\max P = \frac{39}{4} \Leftrightarrow m = \frac{3}{4}$

Câu 7. Cho Parabol (P): $y = x^2 - 1$.

- a. Khảo sát sự biến thiên và vẽ (P).
- b. Xác định điểm M trên (P) để đoạn OM là ngắn nhất.

ĐS: $M\left(\frac{\sqrt{2}}{2}; \frac{1}{2}\right); M\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}; \frac{1}{2}\right)$

Câu 8. Cho Parabol (P): $y = 2x^2 + 2x + 3$ và đường thẳng (d) phương trình: $y = m(2x - 1)$.

Tìm m để đường thẳng (d) cắt Parabol (P) tại hai điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2 sao cho biểu thức: $A = x_1^2 + x_2^2 + 14x_1x_2 = 17$

ĐS: $m = -2 - \sqrt{2}$

Câu 9. Cho hàm số $y = (m+1)x^2 - 2(2m-1)x + 6m-3$ ($m \neq -1$), với m là tham số. Tìm m để đồ thị hàm số (1) cắt trục hoành tại 2 điểm có hoành độ x_1, x_2 thỏa mãn $-2 < x_1 < -1 < x_2 < 3$

$$\text{ĐS: } \frac{1}{6} < m < \frac{4}{11}$$

Câu 10. Cho parabol $(P): y = -x^2 + 4x + 5$ và đường thẳng $d: y = mx + 1 - 2m$.

Tìm m để đường thẳng d cắt parabol (P) tại hai điểm phân biệt A, B sao AB ngắn nhất.

$$\text{ĐS: } AB_{\min} = 4\sqrt{2} \Leftrightarrow m = 0$$

Cho phương trình bậc hai: $x^2 - 2mx + 3m - 2 = 0$, trong đó x là ẩn, m là tham số. Tìm tất cả các giá trị của m để phương trình đã cho có hai nghiệm x_1, x_2 và $x_1^2 + x_2^2$ đạt giá trị nhỏ nhất.

$$\text{ĐS: } x_1^2 + x_2^2 \text{ đạt giá trị nhỏ nhất bằng } \frac{7}{4} \text{ khi và chỉ khi } m = \frac{3}{4}.$$

CHUYÊN ĐỀ PHƯƠNG TRÌNH, BẤT PHƯƠNG TRÌNH LỚP 10-11 PHƯƠNG TRÌNH

DẠNG 1: Phương trình không tham số

Câu 1. (Đề 50). Giải phương trình: $(\sqrt{x+3} - \sqrt{x+1})(x^2 + \sqrt{x^2 + 4x + 3}) = 2x$

Câu 2. (Đề 57). Giải phương trình $\sqrt{x} + \sqrt{x+3} + x^3 + x - 5 = 0$

Câu 3. (Đề 59). Giải phương trình: $1 + (6x+2)\sqrt{2x^2-1} = 2(5x^2+4x)$

Câu 4. (Đề 60). Giải phương trình: $\sqrt{2x+3} \cdot \sqrt[3]{x+5} = x^2 + x - 6$

Câu 5. (Đề 61). Giải phương trình $3x^2 - 8x - 3 = 4x\sqrt{x+1}$

Câu 6. (Đề 64). Giải PT: $x^3 - 3x^2 + 2\sqrt{(x+2)^3} - 6x = 0$

Câu 7. (Đề 67). Giải phương trình: $x^2 + 3x + 4 = 4\sqrt{x(x^2+4)}$

Câu 8. (Đề 68). Giải phương trình: $2x^2 - 11x + 23 = 4\sqrt{x+1}$

Câu 9. (Đề 69). Giải phương trình: $\sqrt{x + \frac{3}{x}} = \frac{x^2 + 7}{2(x+1)}$.

Câu 10. (Đề 75). Giải phương trình: $x(8x^2 - 36x + 53) = 25 + \sqrt[3]{3x-5}$.

Câu 11. (Đề 76). Giải phương trình $(\sqrt{x+3} - \sqrt{x+1})(x^2 + \sqrt{x^2 + 4x + 3}) = 2x$

Câu 12. (Đề 77). Giải phương trình $\sqrt{2x^2 - 2x + 5} - \sqrt{2x^2 + x - 1} = -x + 2$.

Câu 13. (Đề 79). Giải phương trình: $\sqrt{\frac{2x^2+x+2}{5}} + \sqrt{x} = x^3 - 2x + 3.$

Câu 14. (Đề 85). Giải phương trình : $\sqrt{x-2} - \sqrt{x+2} = 2\sqrt{x^2-4} - 2x + 2.$

Câu 15. (Đề 86). Tìm nghiệm dương của phương trình: $2x + \frac{x-1}{x} = \sqrt{1-\frac{1}{x}} + 3\sqrt{x-\frac{1}{x}}$

Câu 16. (Đề 87). Giải phương trình: $3x^2 + 2x + 2 = 2(3x-1)\sqrt{x^2+1}$

Câu 17. (Đề 88). Giải phương trình $\sqrt{x+1} + \sqrt{2x+3} = 2\sqrt{2x^2+5x+3} + 3x-16$

Câu 18. (Đề 89). Giải phương trình sau trên $\mathbb{R}$: $4x^2 + 12x\sqrt{x+1} = 27(x+1).$

Câu 19. (Đề 94). Giải phương trình $\sqrt{x-1} + \sqrt{x+7} + x^2 - 3x - 2 = 0.$

Câu 20. (Đề 97). Giải phương trình sau: $(x^2 - 16)(x - 3)^2 + 9x^2 = 0.$

Câu 21. (Đề 107). Giải phương trình $\sqrt[3]{x^3+5x^2}-1 = \sqrt{\frac{5x^2-2}{6}}.$

DẠNG 2 . PT chứa tham số

Câu 1. (Đề 58). Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình sau có 3 nghiệm phân biệt

$$x + \sqrt{4-x^2} = m + x\sqrt{4-x^2}.$$

Câu 2. (Đề 63). Tìm m để phương trình sau có nghiệm duy nhất :

$$\sqrt{1-x^2} + 2\sqrt[3]{1-x^2} = m.$$

Câu 3. (Đề 65). Tìm m để phương trình: $-x^2 + 2x + 4\sqrt{(x+1)(3-x)} = m-3$ có nghiệm.

Câu 4. (Đề 92). Tìm m để phương trình có nghiệm thực : $mx+1-2\sqrt{x-2}=0.$

Câu 5. (Đề 95). Tìm m để phương trình: $\sqrt{x-m}(x+1)(x^2-2x+m^2)=0$ có 2 nghiệm phân biệt.

Câu 6. (Đề 102) Tìm m để phương trình sau có nghiệm duy nhất :

$$\sqrt{1-x^2} + 2\sqrt[3]{1-x^2} = m.$$

BẤT PHƯƠNG TRÌNH

DẠNG 1. BPT không chứa tham số

Câu 1. (Đề 51). Giải bất phương trình: $\sqrt{6}(x^2-3x+1) + \sqrt{x^4+x^2+1} \leq 0.$

Câu 2. (Đề 53). Giải bất phương trình : $\sqrt{x+11} \geq \sqrt{x-4} + \sqrt{2x-1}.$

Câu 3. (Đề 54). Giải bất phương trình sau: $\frac{1}{\sqrt{x^2+1}} + \frac{1}{\sqrt{3x^2-5}} \leq \frac{2}{\sqrt{x^2-2+1}}.$

Câu 4. (Đề 62). Giải bất phương trình: $4\sqrt{x^2 - x - 1} + \sqrt{x^2 - 2} + x^2 - x - \sqrt{x} - 6 \geq 0$

Câu 5. (Đề 63). Giải bất phương trình: $\sqrt[3]{3-x} \geq 1 - \sqrt{x-2} \quad (x \in \mathbb{R})$.

Câu 6. (Đề 70). Giải bất phương trình $\frac{3-2\sqrt{x^2+3x+2}}{1-2\sqrt{x^2-x+1}} > 1$.

Câu 7. (Đề 71). Giải bất phương trình: $\sqrt{x^2-4x+3} - \sqrt{2x^2-3x+3} \geq x-1$

Câu 8. (Đề 73). Giải bất phương trình: $x + 2\sqrt{8-x} > 2\sqrt{x-2} + \sqrt{-x^2+10x-16} + 2$

Câu 9. (Đề 78). Giải bất phương trình $(x^2-3x+2)(x^2-12x+32) \leq 4x^2$

Câu 10. (Đề 82). Giải bất phương trình: $\sqrt{x^2-4x+3} + \sqrt{2x^2-3x+1} \geq x-1$.

Câu 11. (Đề 90). Giải bất phương trình $\frac{2}{x-2} + \frac{1}{x+2} \leq \frac{8}{x^2-4}$

Câu 12. (Đề 93) Giải bất phương trình $\sqrt{3x-2} + 3x^2 + 9 > 20x + \sqrt{7-x}$.

Câu 13. (Đề 96) Giải bất phương trình: $\frac{\sqrt{51-2x-x^2}}{1-x} < 1$.

Câu 14. (Đề 99) Giải bất phương trình sau:

$$\frac{\sqrt{x^2-x-6} + 3\sqrt{x} - \sqrt{2(x^2+5x-3)}}{x+3-\sqrt{2(x^2+10)}} \geq 0$$

Câu 15. (Đề 101) Giải bất phương trình: $7x - 10\sqrt{x-1} + 3 \geq \frac{2(x-6)\sqrt{x-1} + 5(x+3)}{\sqrt{x-1} + \sqrt{x+3}}$

Câu 16. ((Đề 105) Giải bất phương trình: $\frac{1}{\sqrt{-x^2+4x-3}} - \frac{1}{2x-4} > 0$

DẠNG 2. BPT chứa tham số

Câu 1. (Đề 91). Tìm tất cả các giá trị thực của m để bất phương trình

$$(m+3\sqrt{x})\sqrt{2+x} + (3-2\sqrt{x})\sqrt{4-x^2} \geq 0$$

Câu 2. (Đề 104). Tìm tất cả các giá trị của tham số a để bất phương trình

$$\sqrt{x-2} - 2\sqrt{x^2-2x} + a\sqrt{x} \leq 0$$

có nghiệm

HỆ PHƯƠNG TRÌNH

Câu 1. Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} \sqrt{x-1} + 2x^2 + 1 = \sqrt{y} + y^2 + xy + 3x \\ x^4 + 3x - 6\sqrt{x-2} + 60 = 18(y^2 + 2y). \end{cases}$$

Câu 2. Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} \frac{1+4(x-y+1)^2}{\sqrt{2(x-y+2)}} = 1 + \frac{3}{2(x-y+1)} & (1) \\ (x+2)(\sqrt{x+y+3} - 2\sqrt{y+1}) = 1 - \sqrt{x^2 + y^2 + 5x + 3} & (2) \end{cases}$$

Câu 3. Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} x^2y + 2x^2 + 3y - 15 = 0 \\ x^4 + y^2 - 2x^2 - 4y - 5 = 0 \end{cases}$$

Câu 4. Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} x^2 - xy - y - 1 = 0 \\ 2\sqrt{2x+y+5} + 3\sqrt{3x+2y+11} = x^2 + 6x + 13. \end{cases}$$

Câu 5. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hệ sau có nghiệm:

$$\begin{cases} x^2 + \frac{4x^2}{(x+2)^2} \geq 5 & (1) \\ x^4 + 8x^2 + 16mx + 16m^2 + 32m + 16 = 0. & (2) \end{cases}$$

Câu 6. Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} 2x^3 + x^2y + 2x^2 + xy + 6 = 0 \\ x^2 + 3x + y = 1 \end{cases}.$$

Câu 7. Tìm m để hệ phương trình sau có nghiệm thực
$$\begin{cases} x^2y + xy^2 - 5xy + x + y = 0 \\ x^3 + \frac{1}{x^3} + y^3 + \frac{1}{y^3} = 15m - 10 \end{cases}$$

Câu 8. Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} 18x^2 - 18x\sqrt{y-1} - 17x - 8\sqrt{y-1} - 2 = 0 \\ \sqrt{y-1} - (x-y)(x^2 + y^2) = y(y+1) - x(1-x) + \sqrt{x} - 1 \end{cases}$$

Câu 9. Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} x^3 - y^3 + 3y^2 + x - 4y + 2 = 0 \\ x^3 + x - 3 = 2\sqrt{x+2} + y \end{cases} \quad (x, y \in \mathbb{R}).$$

Câu 10. Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} \frac{2}{3x} + \frac{x}{3y} = \frac{x+2\sqrt{y}}{x^2+2y} \\ 2(x+\sqrt{y}) = \sqrt{x+6} - y \end{cases}$$

Câu 11. Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} \frac{1}{\sqrt{1+2x^2}} + \frac{1}{\sqrt{1+2y^2}} = \frac{2}{\sqrt{1+2xy}} \\ \sqrt{x(1-2x)} + \sqrt{y(1-2y)} = \frac{2}{9} \end{cases}$$

Câu 12. Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} y(2+6y+\sqrt{x-2y}) = x \\ \sqrt{x+\sqrt{x-2y}} = x+3y-2 \end{cases}$$

Câu 13. Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} (x-y)(x^2+xy+y^2+3)=3(x^2+y^2)+2 \\ \sqrt{x+6}+\sqrt{y+3}=-x^2+2x+8 \end{cases} \quad (x, y \in \mathbb{R}).$$

Câu 14. Giải hệ PT:
$$\begin{cases} 1+x^3y^3=19x^3 \\ y+xy^2=-6x^2 \end{cases}$$

Câu 15. Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} \frac{2x+1}{2y}=\sqrt{\frac{x^2+x+1}{y^2+3}} \\ \sqrt{x+2}+\sqrt{x-y+4}=x^3+x^2-2y+1 \end{cases} \quad (x, y \in \mathbb{R}).$$

Câu 16. Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} 18x^2-18x\sqrt{y-1}-17x-8\sqrt{y-1}-2=0 \\ \sqrt{y-1}-(x-y)(x^2+y^2)=y(y+1)-x(1-x)+\sqrt{x}-1 \end{cases}$$

Câu 17. Giải hệ phương trình :
$$\begin{cases} \frac{2}{3x}+\frac{x}{3y}=\frac{x+2\sqrt{y}}{x^2+2y} \\ 2(x+\sqrt{y})=\sqrt{x+6}-y \end{cases}$$

Câu 18. Giải hệ phương trình :
$$\begin{cases} x^2-y^3+2y+5+(y^2-y-2)\sqrt{x^2+5}=0 \\ \sqrt[3]{y^2-1}-\sqrt{xy^2-5x-4}+x=2 \end{cases}$$

Câu 19. Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} (x+y)^2+\sqrt{3(x+y)}=\sqrt{2(x+y+1)}+4 \\ (x^2+y-2)\sqrt{2x+1}=x^3+2y-5. \end{cases}$$

Câu 20. Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} (\sqrt{x}+\sqrt{y})\left(\frac{1}{\sqrt{x+3y}}+\frac{1}{\sqrt{y+3x}}\right)=2(1) \\ x^2+2y+9=4\sqrt{x+3}+\sqrt{19-3y} \quad (2) \end{cases}$$

**CHUYÊN ĐỀ 10: BẤT ĐẲNG THỨC VÀ BÀI TOÁN MIN, MAX ÔN HSG
LỚP 11+10**

Câu 1. Cho các số thực dương a, b, c thỏa mãn: $a+b+c \geq 3abc$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức:

$$P = \frac{bc}{a^3(b+2c)} + \frac{ca}{b^3(c+2a)} + \frac{ab}{c^3(a+2b)}$$

Câu 2. Cho $\begin{cases} a, b, c \geq 0 \\ a+b+c=1 \end{cases}$. Chứng minh rằng $(1+a^2)(1+b^2)(1+c^2) \geq \frac{1000}{729}$

Câu 3. Cho $x, y > 0$ thỏa mãn $x^2y + xy^2 = x + y + 3xy$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$P = x^2 + y^2 + \frac{(1+2xy)^2 - 3}{2xy}.$$

Câu 4. Cho ba số a, b, c dương thỏa mãn $acb \geq 1$. Chứng minh rằng:

$$\frac{1}{a+b^4+c^4} + \frac{1}{a^4+b+c^4} + \frac{1}{a^4+b^4+c} \leq 1.$$

Câu 5. Cho a, b, c là các số thực dương thỏa mãn $a+b+c=1$. Chứng minh rằng

$$\frac{a^2}{b} + \frac{b^2}{c} + \frac{c^2}{a} \geq 3(a^2+b^2+c^2).$$

Câu 6. Cho các số thực không âm a, b, c thỏa mãn: $a^2+b^2+c^2=1$. Chứng minh rằng:

$$\frac{1}{1-ab} + \frac{1}{1-bc} + \frac{1}{1-ca} \leq \frac{9}{2}$$

Câu 7. Cho a, b là ba số thực dương thỏa mãn điều kiện $32a^6+4b^4=1$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức:

$$T = \frac{(2a^2+b+3)^3}{3(a^2+b^2)-3(a+b)+2}$$

Câu 8. Cho các số thực dương a, b, c thỏa mãn: $a^2+b^2+c^2=3$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức:

$$P = \left(\frac{a+2\sqrt{ab}+c}{a+1}\right)^2 + \left(\frac{b+2\sqrt{bc}+a}{b+1}\right)^2 + \left(\frac{c+2\sqrt{ac}+b}{c+1}\right)^2$$

Câu 9. Cho a, b, c là ba số thực dương thỏa mãn điều kiện $ab+bc+ca=3$. Chứng minh rằng:

$$\frac{1}{1+a^2(b+c)} + \frac{1}{1+b^2(c+a)} + \frac{1}{1+c^2(a+b)} \leq \frac{1}{abc}.$$

Câu 10. Cho các số thực dương x, y, z thỏa mãn $x^2+y^2+z^2+4xyz=2(xy+yz+zx)$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức: $P = x(1-y)(1-z)$.

Câu 11. Cho x, y, z là 3 số dương thỏa mãn điều kiện: $x+y+z \leq 1$. Tìm giá trị nhỏ nhất của

$$P = x+y+z + \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z}.$$

Câu 12. Cho x, y, z là các số thực dương thỏa mãn điều kiện $x^2+y^2+z^2+xy+yz+zx=6$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức:
$$P = \frac{x^3}{y^2} + \frac{y^3}{z^2} + \frac{z^3}{x^2} + \frac{54}{6+xy+yz+zx}.$$

Câu 13. Cho các số x, y thỏa mãn: $x^2+y^2=1+xy$. Chứng minh rằng $\frac{1}{9} \leq x^4+y^4-x^2y^2 \leq \frac{3}{2}$.

Câu 14. Cho $x > 0, y > 0, z > 0$ sao cho $xyz=1$. Tìm giá trị lớn nhất của:

$$P = \frac{xy}{x^5+y^5+xy} + \frac{yz}{y^5+z^5+yz} + \frac{xz}{x^5+z^5+xz}$$

Câu 15. Cho ba số thực dương a, b, c thay đổi. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức :

$$P = \frac{\sqrt{bc}}{a+3\sqrt{bc}} + \frac{\sqrt{ca}}{b+3\sqrt{ca}} + \frac{\sqrt{ab}}{c+3\sqrt{ab}}.$$

Câu 16. Cho các số thực dương a, b, c . Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức:

$$P = \frac{ab}{a^2 + ab + bc} + \frac{bc}{b^2 + bc + ca} + \frac{ca}{c^2 + ca + ab}$$

Câu 17. Cho a, b, c là ba số thực dương, chứng minh rằng :

$$\frac{a^3 + b^3 + c^3}{2abc} + \frac{a^2 + b^2}{c^2 + ab} + \frac{b^2 + c^2}{a^2 + bc} + \frac{c^2 + a^2}{b^2 + ca} \geq \frac{9}{2}.$$

Câu 18. Cho a, b, c là các số thực dương . Chứng minh rằng:

$$\frac{2a}{b+c} + \frac{2b}{c+a} + \frac{2c}{a+b} \geq 3 + \frac{(a-b)^2 + (b-c)^2 + (c-a)^2}{(a+b+c)^2}$$

Câu 19. Cho các số $x, y, z > 0$ thỏa mãn $xyz = 1$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức:

$$P = \frac{1}{x^2 + 2} + \frac{1}{y^2 + 2} + \frac{1}{z^2 + 2}.$$

Câu 20. Cho các số x, y, z thỏa mãn $0 < x \leq y \leq z$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức

$$P = xy^2 + yz^2 + zx^2 - xyz - \frac{(x^2 + y^2 + z^2)^2}{6}.$$

Câu 21. Cho a, b, c là ba số thực dương, chứng minh rằng :

$$\frac{a^3 + b^3 + c^3}{2abc} + \frac{a^2 + b^2}{c^2 + ab} + \frac{b^2 + c^2}{a^2 + bc} + \frac{c^2 + a^2}{b^2 + ca} \geq \frac{9}{2}.$$

Câu 22. Cho a, b, c là các số thực dương thỏa mãn $abc = 1$. Chứng minh bất đẳng thức:

$$a^3 + b^3 + c^3 + \frac{ab}{a^2 + b^2} + \frac{bc}{b^2 + c^2} + \frac{ca}{c^2 + a^2} \geq \frac{9}{2}.$$

Câu 23. Cho $x, y, z \in [1; 2]$ chứng minh rằng: $(x + y + z)\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z}\right) \leq 10$

Câu 24. Cho a, b, c là độ dài của 3 cạnh trong 1 tam giác thỏa mãn: $a^2 + b^2 + c^2 + 1 = 2(ab + bc + ca)$. Chứng minh rằng:

$$(a + b - c)^4 + (b + c - a)^4 + (c + a - b)^4 \geq \frac{1}{3}$$

Câu 25. Cho a, b, c là các số thực dương . Chứng minh rằng:

$$\frac{2a}{b+c} + \frac{2b}{c+a} + \frac{2c}{a+b} \geq 3 + \frac{(a-b)^2 + (b-c)^2 + (c-a)^2}{(a+b+c)^2}.$$

Câu 26. Cho các số thực dương a, b, c thỏa mãn: $a^2 + b^2 + c^2 = 3$.

$$\text{CMR: } \frac{a^3}{\sqrt{b^2 + 1}} + \frac{b^3}{\sqrt{c^2 + 1}} + \frac{c^3}{\sqrt{a^2 + 1}} \geq \frac{3\sqrt{2}}{2}.$$

Câu 27. Cho a, b, c là các số dương thỏa mãn $a + b + c = 3$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức :

$$P = \frac{a}{a^3 + b^2 + c} + \frac{b}{b^3 + c^2 + a} + \frac{c}{c^3 + a^2 + b}$$

Câu 28. Cho a, b, c là các số thực không âm thỏa mãn $a + b + c = 3$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức

$$P = (a^2 - ab + b^2)(b^2 - bc + c^2)(c^2 - ac + a^2)$$

Câu 29. Cho các số thực dương a, b, c . Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức:

$$P = \frac{ab}{a^2 + ab + bc} + \frac{bc}{b^2 + bc + ca} + \frac{ca}{c^2 + ca + ab}$$

Câu 30. Cho a, b, c là các số thực dương thỏa mãn $a + b + c = 3$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức:

$$P = \frac{a^3}{\sqrt{b+3}} + \frac{b^3}{\sqrt{c+3}} + \frac{c^3}{\sqrt{a+3}}.$$

Câu 31. Cho 3 số thực x, y, z thỏa mãn: $xyz = 2\sqrt{2}$. Chứng minh rằng:

$$\frac{x^8 + y^8}{x^4 + y^4 + x^2 y^2} + \frac{y^8 + z^8}{y^4 + z^4 + y^2 z^2} + \frac{z^8 + x^8}{z^4 + x^4 + z^2 x^2} \geq 8$$

Câu 32. Cho các số thực không âm x, y, z thỏa mãn $x + y + z = 1$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức:

$$P = \frac{1}{x^2 + y^2 + z^2} + \frac{1}{xy} + \frac{1}{yz} + \frac{1}{zx}.$$

Câu 33. Cho ba số thực dương a, b, c thỏa mãn $a + b + c = 3$. Chứng minh rằng:

$$\frac{a^2}{a + 2b^2} + \frac{b^2}{b + 2c^2} + \frac{c^2}{c + 2a^2} \geq 1.$$

Câu 34. Cho ba số thực dương a, b, c thỏa mãn $a^2 + b^2 + c^2 = 3$

Chứng minh rằng: $\frac{1}{a+b} + \frac{1}{b+c} + \frac{1}{c+a} \geq \frac{4}{a^2+7} + \frac{4}{b^2+7} + \frac{4}{c^2+7}.$

Câu 35. Cho $a, b, c > 0$ thỏa mãn: $\frac{1}{1+a} + \frac{35}{35+2b} \leq \frac{4c}{4c+57}$. Tìm giá trị nhỏ nhất của $A = abc$.

Câu 36. Cho các số thực $a, b, c \geq 1$ thỏa mãn $a + b + c + 2 = abc$. Chứng minh rằng:

$$bc\sqrt{a^2-1} + ca\sqrt{b^2-1} + ab\sqrt{c^2-1} \leq \frac{3\sqrt{3}}{2} abc$$

Câu 37. Cho các số thực dương x, y, z . Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$P = \frac{x^2 y}{z^3} + \frac{y^2 z}{x^3} + \frac{z^2 x}{y^3} + \frac{13xyz}{3(xy^2 + yz^2 + zx^2)}$$

Câu 38. Cho a, b, c là các số thực dương thỏa mãn: $ab + bc + ca = 2abc$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức:

$$P = \frac{1}{a(2a-1)^2} + \frac{1}{b(2b-1)^2} + \frac{1}{c(2c-1)^2}.$$

Câu 39. Cho hai số thực dương x, y thỏa mãn điều kiện $32x^6 + 4y^3 = 1$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu

$$\text{thức } P = \frac{(2x^2 + y + 3)^5}{3(x^2 + y^2) - 3(x + y) + 2}$$

Câu 40. Cho x, y, z là các số thực dương thỏa mãn $5(x^2 + y^2 + z^2) = 9(xy + 2yz + zx)$. Tìm giá trị lớn

$$\text{nhất của biểu thức: } T = \frac{x}{y^2 + z^2} - \frac{1}{(x + y + z)^3}$$

Câu 41. Cho ba số thực dương a, b, c sao cho $\sqrt{a} + \sqrt{b} + \sqrt{c} = 1$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức

$$P = \sqrt{abc} \left(\frac{1}{\sqrt{(a+b)(a+c)}} + \frac{1}{\sqrt{(b+c)(b+a)}} + \frac{1}{\sqrt{(c+b)(c+a)}} \right).$$

Câu 42. Cho các số thực dương a, b, c thỏa mãn $ab + bc + ca = 1$. Chứng minh rằng

$$\frac{a}{b^2 + c^2 + 2} + \frac{b}{c^2 + a^2 + 2} + \frac{c}{a^2 + b^2 + 2} \geq \frac{3\sqrt{3}}{8}.$$

Câu 43. Cho x, y, z là ba số thực dương thỏa mãn $xy + yz + zx = 3xyz$. Chứng minh rằng :

$$\frac{1}{x(3x-1)^2} + \frac{1}{y(3y-1)^2} + \frac{1}{z(3z-1)^2} \geq \frac{3}{4}$$

Câu 44. Cho 3 số a, b, c thỏa mãn điều kiện: $\begin{cases} 1 \leq a, b, c \leq 3 \\ a + b + 2c = 6 \end{cases}$

Chứng minh rằng: $a^3 + b^3 + 5c^3 \leq 42$ Khi nào thì đẳng thức xảy ra.

Câu 45. Cho ba số dương a, b, c thỏa mãn điều kiện $ab + bc + ca = 2abc$. Tìm giá trị nhỏ nhất của

$$\text{biểu thức: } P = \frac{1}{a(2a-1)^2} + \frac{1}{b(2b-1)^2} + \frac{1}{c(2c-1)^2}.$$

Câu 46. Cho a, b, c là các số thực thỏa mãn: $|a+b| + |b+c| + |c+a| = 8$. Tìm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = a^2 + b^2 + c^2$.

Câu 47. Cho các số thực dương a, b, c thỏa mãn $ac \geq 12$ và $bc \geq 8$.

$$\text{Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức: } P = a + b + c + 2 \left(\frac{1}{ab} + \frac{1}{bc} + \frac{1}{ca} \right) + \frac{8}{abc}.$$

Câu 48. Cho các số thực dương x, y, z thỏa mãn: $x^2 + y^2 + z^2 = 1$. Chứng minh rằng:

$$\frac{x}{y^2 + z^2} + \frac{y}{z^2 + x^2} + \frac{z}{x^2 + y^2} \geq \frac{3\sqrt{3}}{2}.$$

Câu 49. Cho x, y là các số thực dương thỏa mãn điều kiện $x^2 + y^2 + 2 = 2(x + y) + \sqrt{xy}$. Tìm giá trị

$$\text{lớn nhất và nhỏ nhất của biểu thức } P = 2xy + \sqrt{xy} - \frac{4}{x+y}.$$

Câu 50. Cho $a; b; c$ là các số thực dương thay đổi và thỏa mãn $a + b + c = \frac{3\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$. Chứng minh rằng

$$\frac{1}{a^2 + b^2 + 3} + \frac{1}{b^2 + c^2 + 3} + \frac{1}{c^2 + a^2 + 3} \leq \frac{1}{2}.$$

Câu 51. Cho x, y, z là các số thực dương thỏa mãn $x + y + z = xyz$. Chứng minh rằng:

$$\frac{1 + \sqrt{1 + x^2}}{x} + \frac{1 + \sqrt{1 + y^2}}{y} + \frac{1 + \sqrt{1 + z^2}}{z} \leq xyz$$